

# 基于三次 Bézier 曲线模型的空间矩 亚像素边缘定位算法

沈晶晶<sup>1)</sup> 金文标<sup>1),2)</sup> 张智丰<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(重庆邮电大学计算机科学与技术学院, 重庆 400065) <sup>2)</sup>(杭州电子科技大学理学院, 杭州 310018)

**摘要** 针对已有直线模型和抛物线模型空间矩亚像素定位算法对存在拐点边缘进行定位的局限性,提出了一种基于三次 Bézier 曲线模型的定位算法,并利用 Levenberg-Marquardt 迭代法来确定三次 Bézier 曲线的控制顶点。仿真实验结果表明,当边缘轮廓类似存在拐点的曲线时,该模型的定位精度明显高于已有的其他模型。由于该模型只是基于理想的阶跃边缘,故对于其他类型的边缘的定位尚有待进一步研究。

**关键词** 亚像素边缘定位 空间矩 三次 Bézier 曲线

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)10-1985-07

## Cubic Bézier Curve Fitting Edge Operator Based on Spatial Moments

SHEN Jing-jing<sup>1)</sup>, JIN Wen-biao<sup>1),2)</sup>, ZHANG Zhi-feng<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(College of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing, 400065)

<sup>2)</sup>(The School of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, 310018)

**Abstract** To overcome the drawbacks of the models of line and parabola when there is an inflection point on the edge, a novel approach to edge locating to sub-pixel accuracy is proposed in this paper. The Levenberg-Marquardt iterative method is utilized to obtain the control points of the cubic Bézier curve. Simulation results illustrate that the determination of the edges is much more accurate than that of the existing approaches when the shape of the fitted edge is close to a cubic with an inflection point on it. The proposed model is based on an ideal step edge; therefore, it will be improved to fit other kinds of edges.

**Keywords** sub-pixel edge location, spatial moment, cubic Bézier curve

## 1 引言

随着机器视觉技术在检测和测量中广泛深入的应用,人们期望能从图像信息中获取更为精确的物体的尺寸和位置信息,像素级边缘定位技术已难以满足实际的要求。近年来,亚像素边缘检测和定位技术逐渐成为人们的研究热点。所谓亚像素边缘定位是指边缘的定位精度小于一个像素单元<sup>[1]</sup>,它等

效于提高探测器的像元空间分辨率。Huertas 等人提出了基于插值思想的亚像素定位算法<sup>[2]</sup>,但其得到的亚像素级边缘位置存在较大的失真;Peter 等人提出了基于拟合的亚像素定位算法<sup>[3]</sup>,但其计算复杂度较高;最近,盛遵冰等人提出了一种基于形体质心思想的通用亚像素边缘检测算法<sup>[4]</sup>;郑坚等人提出了一种基于局部相似性的亚像素边缘定位算法<sup>[5]</sup>。经过多年的研究,基于矩的亚像素边缘定位算法已经成为亚像素定位的主流技术之一,而且该类方法具有对噪声不敏感的稳定特征。

基金项目:重庆市自然科学基金项目(2006BB2374)

收稿日期:2008-06-13;改回日期:2008-09-05

第一作者简介:沈晶晶(1981~),女,重庆邮电大学计算机科学与技术学院在读硕士研究生。主要研究方向为图像处理与模式识别。

E-mail: treeaveny@gmail.com

基于矩的图像亚像素定位技术是由 Tabatabai 等人首先提出的,它是基于图像数据的前 3 个灰度矩和直线边缘模型灰度矩的一致性来进行亚像素边缘的定位<sup>[1]</sup>,但该方法运算量较大,且对噪声的抑制能力较弱。Lyvers 等人提出了一种利用边缘灰度空间矩进行边缘亚像素定位的算法<sup>[6-7]</sup>,该方法不仅简单、精度高,而且其精度受图像灰度数据的加性、乘性噪声的影响小。另外,还有 Xu 等人及王社阳等人提出的改进的空间矩边缘定位算法<sup>[8-9]</sup>; Ghosal 等人提出的基于 Zernike 正交矩的亚像素边缘定位方法<sup>[10]</sup>以及 Qu Ying-dong 等人对其进行改进的算法<sup>[11]</sup>。

Xu 等人提出的改进的基于空间矩的抛物线模型<sup>[8]</sup>,其二次曲线边缘的定位精度较 Lyvers 的直线模型<sup>[7]</sup>的定位精度有了很大提高,然而对于存在拐点的图像,其边缘定位精度明显偏低。鉴于三次 Bézier 曲线不仅可以表示直线、抛物线,还能表示存在拐点的曲线,本文提出了三次 Bézier 曲线模型用来进行亚像素边缘的定位。实验证明,对于存在拐点或不对称曲线的边缘定位来说,该模型比已有模型具有更高的定位精度。

## 2 算法基本原理

### 2.1 模型建立

2 维连续理想的阶跃模型如图 1 所示。图中三次 Bézier 曲线边缘  $L_1$  将单位圆分为两个区域,其中一个区域的灰度值为  $h$ ,另一个区域的灰度值为  $h+k$ 。设三次 Bézier 曲线段的控制顶点分别为  $P_0 = (x_0, y_0)$ ,  $P_1 = (x_1, y_1)$ ,  $P_2 = (x_2, y_2)$ ,  $P_3 = (x_3, y_3)$ , 并假设点  $P_0$  和点  $P_3$  在单位圆上,则该曲线表示如下:

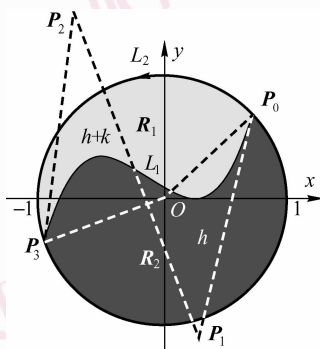


图 1 2 维连续理想阶跃模型

Fig. 1 The ideal model for two-dimensional step edge

$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t^2) P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3, t \in [0, 1] \quad (1)$$

这样由 8 个参数  $x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3$  便可确定该曲线。三次 Bézier 曲线模型的优点是根据控制点的不同,三次 Bézier 曲线不仅能够表示直线、抛物线,还能表示存在拐点的曲线。

在连续情形下,区域  $R$  上灰度函数  $g(x, y)$  的  $(p+q)$  阶矩<sup>[7]</sup>定义为

$$M_{p,q} = \iint_R x^p y^q g(x, y) dx dy, p, q = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2)$$

其中,  $R = R_1 + R_2$  为由单位圆所围成的闭区域。

注意到图 1 中的闭合区域  $R_1$  由圆弧  $L_2$  和 Bézier 曲线段  $L_1$  围成,可运用格林公式以分段曲线积分计算矩。设  $x$  轴正向到  $OP_0$  和  $OP_3$  的角度分别为  $\theta_0$  和  $\theta_3$  ( $0 \leq \theta_0, \theta_3 \leq 2\pi$ ), 则可得到以下各阶矩的表达式(其中  $\cos \theta_0 = x_0, \cos \theta_3 = x_3, \sin \theta_0 = y_0, \sin \theta_3 = y_3$ ):

$$M_{0,0} = \pi h + k \int_{L_1+L_2} x dy = \pi h + k \int_{\theta_0}^{\theta_3} \cos^2 \theta d\theta + k \int_1^0 x(t) y'(t) dt$$

$$M_{0,1} = k \int_{L_1+L_2} \left(-\frac{1}{2} y^2\right) dx = \frac{k}{2} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \sin^3 \theta d\theta - \frac{k}{2} \int_1^0 y^2(t) x'(t) dt$$

$$M_{1,0} = k \int_{L_1+L_2} \frac{1}{2} x^2 dy = \frac{k}{2} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \cos^3 \theta d\theta + \frac{k}{2} \int_1^0 x^2(t) y'(t) dt$$

$$M_{1,1} = k \int_{L_1+L_2} \frac{1}{2} x^2 y dy = \frac{k}{2} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \cos^3 \theta \sin \theta d\theta + \frac{k}{2} \int_1^0 x^2(t) y(t) y'(t) dt$$

$$M_{0,2} = \frac{\pi h}{4} + k \int_{L_1+L_2} \left(-\frac{1}{3} y^3\right) dx = \frac{\pi h}{4} + \frac{k}{3} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \sin^4 \theta d\theta - \frac{k}{3} \int_1^0 y^3(t) x'(t) dt$$

$$M_{2,0} = \frac{\pi h}{4} + k \int_{L_1+L_2} \frac{1}{3} x^3 dy = \frac{\pi h}{4} + \frac{k}{3} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \cos^4 \theta d\theta + \frac{k}{3} \int_1^0 x^3(t) y'(t) dt$$

$$M_{2,1} = k \int_{L_1+L_2} \left(-\frac{1}{2} x^2 y^2\right) dx = \frac{k}{2} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \sin^3 \theta \cos^2 \theta d\theta - \frac{k}{2} \int_1^0 x^2(t) y^2(t) x'(t) dt \quad (3)$$

由式(3)可看出,以上 7 个空间矩已经蕴涵了

Bézier 曲线边缘的各种信息。综合以上条件,消去式(3)中  $h, k$ , 通过整理即可得到以下关于  $x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3$  的 5 次非线性方程组:

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ x_3^2 + y_3^2 = 1 \\ M_{0,1} \left( \int_{L_1+L_2} x^2 dy \right) + M_{1,0} \left( \int_{L_1+L_2} y^2 dx \right) = 0 \\ M_{1,0} \int_{L_1+L_2} \left( \frac{4}{3} x^3 - x \right) dy - \frac{1}{2} (4M_{2,0} - M_{0,0}) \\ \int_{L_1+L_2} x^2 dy = 0 \\ \frac{1}{3} (4M_{2,0} - M_{0,0}) \left( \int_{L_1+L_2} x^3 dy + \int_{L_1+L_2} y^3 dx \right) - \\ (M_{2,0} - M_{0,2}) \int_{L_1+L_2} \left( \frac{4}{3} x^3 - x \right) dy = 0 \\ (M_{2,0} - M_{0,2}) \left( \int_{L_1+L_2} x dy + \frac{4}{3} \int_{L_1+L_2} y^3 dx \right) - \\ \frac{1}{3} (M_{0,0} - 4M_{0,2}) \left( \int_{L_1+L_2} x^3 dy + \int_{L_1+L_2} y^3 dx \right) = 0 \\ \frac{1}{2} (M_{0,0} - 4M_{0,2}) \left( \int_{L_1+L_2} x^2 y dy \right) - M_{1,1} \left( \int_{L_1+L_2} x dy + \right. \\ \left. \frac{4}{3} \int_{L_1+L_2} y^3 dx \right) = 0 \\ M_{1,1} \int_{L_1+L_2} x^2 y^2 dx + M_{2,1} \int_{L_1+L_2} x^2 y dy = 0 \end{cases} \quad (4)$$

就数字图像而言,需要离散地计算各阶矩<sup>[7-8]</sup>,即

$$M_{p,q} = \sum_i \sum_j \iint_{A_{i,j}} x^p y^q g(x,y) dx dy, \quad p, q = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (5)$$

其中,积分区域  $A_{i,j}$  为邻域中像素  $(i, j)$  在单位圆窗口内的阴影部分(如图 2 所示),采用  $5 \times 5$  pixels 大小的邻域模板。假定像素  $(i, j)$  的灰度值是常数  $g_{i,j}$ ,那么式(5)可转化为

$$M_{p,q} = \sum_i \sum_j g_{i,j} \iint_{A_{i,j}} x^p y^q dx dy, p, q = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (6)$$

设  $B_{i,j} = \iint_{A_{i,j}} x^p y^q dx dy, p, q = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (7)$

则可由式(7)得到邻域的  $(p+q)$  阶矩模板。由式(3)、式(4)可知,需要在文献[7]的 6 个  $5 \times 5$  pixels 大小的模板之上,再推导一个三阶矩模板  $M_{2,1}$  (如表 1 所示)。以模板左上角的值为例,积分区域为

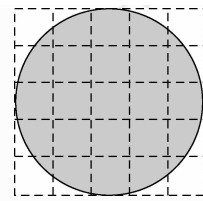


图 2  $5 \times 5$  pixels 大小邻域的单位圆  
Fig. 2 Unit circle on a  $5 \times 5$  pixels area

图 2 左上角像素内的阴影部分:

$$B_{1,1} = \iint_{A_{1,1}} x^2 y dx dy = \int_{-\frac{4}{5}}^{-\frac{3}{5}} \int_{\frac{3}{5}}^{\sqrt{1-x^2}} x^2 y dx dy \approx 0.0066 \quad (8)$$

表 1 模板  $M_{2,1}$   
Tab. 1  $M_{2,1}$  mask

0.006 6	0.014 4	0.001 6	0.014 4	0.006 6
0.026 8	0.011 1	0.000 9	0.011 1	0.026 8
0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
-0.026 8	-0.011 1	-0.000 9	-0.011 1	-0.026 8
-0.006 6	-0.014 4	-0.001 6	-0.014 4	-0.006 6

然后通过式(6)来计算中心像素的空间矩  $M_{0,0}, M_{0,1}, M_{1,0}, M_{1,1}, M_{0,2}, M_{2,0}, M_{2,1}$ , 进而通过求解非线性方程组(式(4))得到边缘参数  $x_0, x_1, x_2, x_3, y_0, y_1, y_2, y_3$ 。

## 2.2 高次非线性方程组的求解

一般来说,用解析法求解高次非线性方程组比较困难,本文使用数值方法求参数的近似解。常用的数值方法有 Newton 法、拟 Newton 法、最优化方法等,鉴于各种算法的优缺点和适用性,本文采用最小二乘优化法中的 Levenberg-Marquardt (L-M)<sup>[12]</sup> 迭代法来求解 5 次非线性方程组(式(4)),该方法在大量的非线性问题中得到了成功的应用,并被证明比 Gauss-Newton (G-N) 法具有更好的鲁棒性,而且比无约束方法(如拟 Newton 法)具有更高的迭代效率。

L-M 算法是一种改进的优化算法,是 G-N 法的变形,也是一种很好的求解非线性方程组的迭代方法,其迭代格式如下:

$$x_{k+1} = x_k - [J^T J + \mu I]^{-1} J^T e \quad (9)$$

其中,  $J$  为 Jacobi 矩阵,  $\mu$  为正比例常数,  $I$  为单位矩阵,  $e$  为误差。

由于  $[J^T(x) J(x) + \mu I]$  是正定的,所以式(9)的解总是可求得的,这就保证了算法的稳定性。算法的每次迭代都要对  $\mu$  进行自适应调整,当接近最

优解时,  $\mu$  逐渐减小, 权值调整类似 G-N 法; 当远离最优解时,  $\mu$  逐渐增大, 权值调整又类似梯度下降法的全局搜索。因此, L-M 法不仅具备了 G-N 法的局部快速收敛性, 并克服了 G-N 法不能有效处理奇异和非正定矩阵及对初始点要求比较苛刻的缺点; 同时 L-M 法又具备梯度法的全局搜索性, 其不仅能够有效地避免由迭代而陷入局部极小值, 且具有很高的准确性。由于 L-M 法利用了近似的二阶导数信息, 其迭代速度比梯度下降法大大加快。

由于大部分优化问题都得益于一个好的初始估值, 该初值越接近理想值, 则算法收敛越快, 误差越小, 因此需要有一个估计初值的方法。本文采用如下方法来估计迭代初值, 可分为邻域内存在拐点和邻域内不存在拐点两种情形。

### 2.2.1 判断邻域内是否存在拐点

大量实验表明, 如果在某  $5 \times 5$  pixels 大小的邻域中的像素分布类似于图 3(a), 设其背景灰度为  $h$ , 目标灰度为  $h+k$ , 则在模板区域内由文献[8]得到的抛物线段与由文献[7]获得的直线段十分接近, 这是由于在对存在拐点的邻域进行矩计算时, 凹凸部分的深色和浅色区域相互抵消, 其相当于对图 3(b) 中的边缘近似直线的邻域进行矩计算。

如图 3(a) 所示, 设由直线模型<sup>[7]</sup>所得的直线与单位圆相交于点  $\tilde{P}_0$  和点  $\tilde{P}_1$ 。如果存在两组相邻像素, 其中像素  $(i_1, j_1)$  与像素  $(i_3, j_3)$  的灰度值接近于  $h+k$ , 像素  $(i_2, j_2)$  与像素  $(i_4, j_4)$  灰度值都接近于  $h$ , 且直线段  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  将灰度值接近  $h+k$  的像素  $(i_3, j_3)$  划分到了灰度为  $h$  的区域中, 同时将灰度值接近  $h$  的像素  $(i_4, j_4)$  划分到了灰度为  $h+k$  的区域中, 那么该直线模型定位的边缘是不准确的, 理想边缘<sup>[13]</sup>应该是一条存在拐点的曲线(见图 3(a) 中曲线)。

### 2.2.2 分别就以下两种情形估计初值

#### (1) 邻域内存在拐点

以图 3(a) 所示的邻域为例, 设过线段  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  的中点且与横轴平行的直线为  $l$ , 根据存在拐点邻域像素分布的特点, 点  $\tilde{P}_0$  和点  $\tilde{P}_1$  分别偏向于理想曲线的凹凸方向。取点  $\tilde{P}_0$  和点  $\tilde{P}_1$  关于直线  $l$  的对称点  $P_0^+$  和点  $P_3^+$  作为三次 Bézier 曲线的第 1, 4 个初始控制点。这里设定过直线  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  的中点的直线  $l$  有 4 种选择: 与横轴、纵轴平行、与两条对角线平行。从这 4 条直线中, 取其中的一条作为直线  $l$ , 使得该直

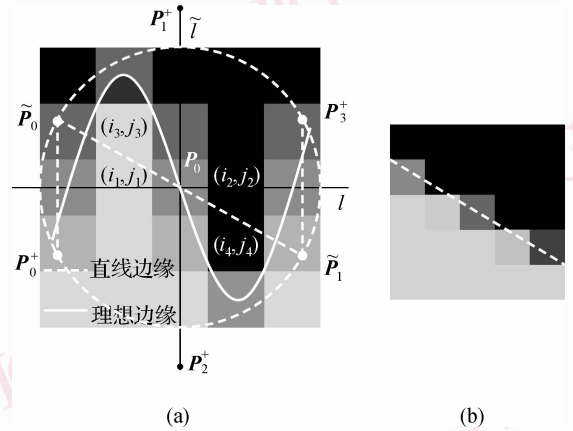


图 3 存在拐点的边缘及其控制顶点初值估计示意图  
Fig. 3 Estimation of the initial control points when the fitted edge has an inflection point

线与线段  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  的夹角最小, 且使得凹凸区域的面积增大。

然后, 设过直线  $\tilde{P}_0\tilde{P}_1$  的中点, 且与直线  $l$  垂直的直线为  $\tilde{l}$ , 垂足为点  $P_0$ , 同时在直线  $\tilde{l}$  上取两点  $P_1^+$  和  $P_2^+$  作为 Bézier 曲线的第 2, 3 个初始控制点, 并使其分别位于点  $P_0$  的两侧, 且到点  $P_0$  的距离分别为  $d_1$  和  $d_2$ 。经过大量实验即可获得  $5 \times 5$  模板中  $d_1, d_2$  的经验值: 若像素  $(i_1, j_1)$  与像素  $(i_3, j_3)$  的灰度几乎相同, 则取  $d_1 = 3.5$ , 若二者灰度差值偏大, 则取  $d_1 = 2$ ; 同理可得  $d_2$  的值。

#### (2) 邻域内不存在拐点

由文献[8]抛物线模型得到的定位结果是一条对称二次曲线, 然而, 当邻域内的边缘轮廓不对称时, 则抛物线模型的定位误差也比较大, 因此, 当邻域内不存在拐点时, 则采用如下方法估计初始控制点。

设由抛物线模型<sup>[8]</sup>得到的抛物线与单位圆相交的两点为  $\tilde{P}_0$  和  $\tilde{P}_2$ ; 进而求得的该抛物线段所对应的二次 Bézier 曲线段的 3 个控制点为  $\hat{P}_0, \hat{P}_1, \hat{P}_2$ , 其中  $\hat{P}_0 = \tilde{P}_0, \hat{P}_2 = \tilde{P}_2, \hat{P}_1$  为过点  $\tilde{P}_0$  和  $\tilde{P}_2$  切线的交点; 再由 Bézier 曲线的升阶公式即可得到与该抛物线对应的三次 Bézier 曲线的控制点  $P_0^+, P_1^+, P_2^+, P_3^+$ , 其中

$$P_0^+ = \hat{P}_0, P_1^+ = \frac{1}{3}\hat{P}_0 + \frac{2}{3}\hat{P}_1$$

$$P_2^+ = \frac{1}{3}\hat{P}_2 + \frac{2}{3}\hat{P}_1, P_3^+ = \hat{P}_2$$
(10)

将这 4 个控制点的坐标作为迭代初值。由此可见,从理论上讲,对于类似直线和二次对称曲线的边缘来说,该模型的定位结果与抛物线模型的定位结果相当。

根据以上初值,用 L-M 迭代法求得非线性方程组的近似解,即为曲线边界参数。

### 3 仿真实验及结果分析

三次 Bézier 曲线模型边界定位的步骤如下:

- (1) 由式(7)推导  $5 \times 5$  pixels 大小的邻域模板,该算法在文献[7]的基础上增加了模板  $M_{21}$ ;
- (2) 由式(6)计算邻域中心像素的各阶空间矩;
- (3) 通过实现文献[7]、[8]中的算法来得出直线和抛物线参数;
- (4) 先用 2.2 节中的方法获得 Bézier 曲线 4 个控制点的初值,再用 L-M 算法求得边缘参数。本文

实验设定的目标函数精度为  $10^{-4}$ ,最大迭代次数为 400。

由于本文模型用到了直线和抛物线模型中的参数,且涉及解高次非线性方程组,因此在时间效率上低于直线和抛物线模型。下面分别对具体的邻域和实际图像的亚像素边缘的定位进行介绍。

#### 3.1 邻域亚像素边缘定位及分析

实验证明,对于类似直线和二次对称曲线的边缘,本文提出的模型的定位精度与文献[8]中的抛物线模型的定位精度相当。为验证本文模型用于亚像素定位的有效性,对多种类型的边缘进行了实验。下面仅对其中的两个实验(存在拐点和不对称边缘的邻域)进行分析。

图 4(a)、图 4(b)分别为存在拐点和不对称边缘的邻域,背景灰度为 10,目标灰度为 200,其各自对应的理想边缘<sup>[13]</sup>如图 4(c)、图 4(d)所示。本文分别用本文模型与文献[7]、[8]中的直线和抛物线模型进行定位,其定位结果见图 5(a)、图 5(b)。

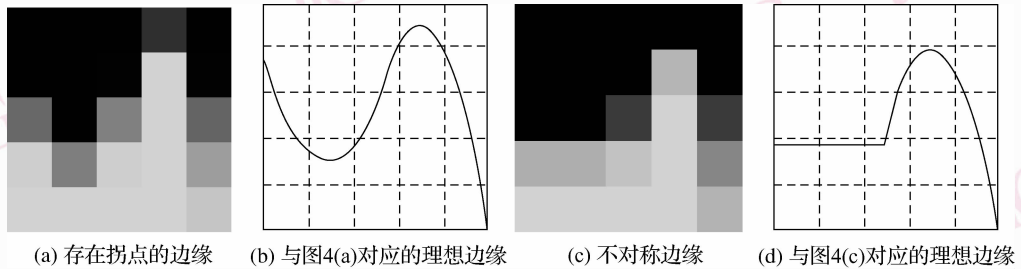


图 4 存在拐点和不对称边缘的邻域及其理想边缘  
Fig. 4 Two different areas and their ideal edges

对图 5 中的 3 种模型的边缘定位结果进行误差分析时,先在横坐标上均匀地取 90 个点,然后分别计算各个模型定位的纵坐标与理想边界纵坐标之差的绝对值,其得到的误差分析数据见表 2、表 3。

表 2 存在拐点的边缘定位误差比较

Tab. 2 Comparing location errors for the edge with an inflection point

模型	最大误差	平均误差	方差
直线	2.129 2	0.807 5	0.454 8
抛物线	2.088 7	0.808 2	0.449 8
三次 Bézier 曲线	0.234 8	0.098 1	0.058 7

表 3 不对称边缘定位误差比较

Tab. 3 Comparing location errors for the unsymmetrical edge

模型	最大误差	平均误差	方差
直线	1.813 2	0.557 1	0.412 5
抛物线	1.448 0	0.569 2	0.345 9
三次 Bézier 曲线	0.541 4	0.201 5	0.166 9

由图 5(放大的邻域的亚像素定位结果)可以很直观地看出,对于类似图 4 中的两种类型边缘,本文模型的定位效果明显优于文献[7]、[8]中模型的定位结果。从表 2、表 3 数据可看出,对这两种类型的边缘,文献[7]、[8]中模型的定位效果差别不大,而本文模型的各项定位误差均明显低于直线模型和抛物线模型。之所以图 4(a)的边缘定位结果比

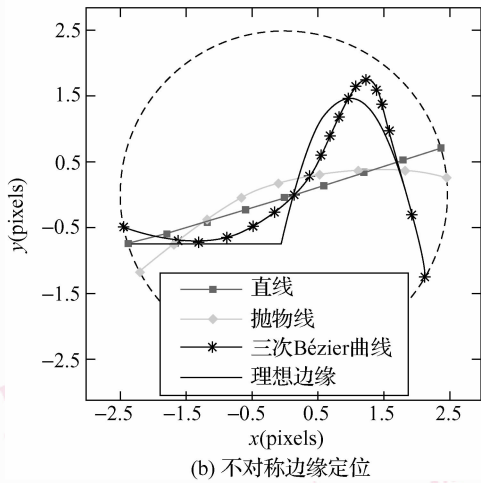
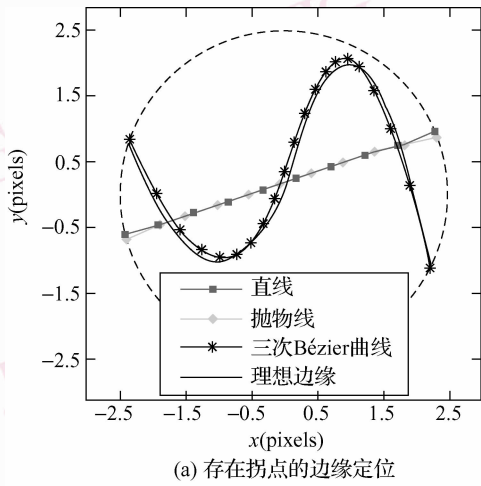


图 5 3 种模型的边缘定位比较

Fig. 5 Comparing edge location using the three models

图 4(c) 的边缘定位结果误差小, 是因为图 4(c) 的理想边缘不是平滑曲线, 而 Bézier 曲线是平滑曲线的缘故。同时实验证明, 对于类似直线和二次对称曲线的边缘, 本文模型的定位效果与文献[8]模型的定位效果相当。因此, 本文算法不仅将直线和抛物线模型统一了起来, 还可以有效地定位存在拐点的边缘或不对称边缘。

### 3.2 实际图像的亚像素边缘定位及分析

以上是对单个邻域进行的边缘定位, 如果对整幅图像进行亚像素边界定位, 则首先要对图像进行像素级粗定位(以下实验中, 先用 Canny 算子对图像进行粗定位); 然后在粗定位的基础上, 再对边缘像素进行亚像素级精确定位。

下面首先对一个  $80 \times 80$  pixels 大小的接近理想阶跃边缘的 Hill 图像及添加了方差为 0.002 的高斯噪声后的图像(如图 6 所示)分别用以上 3 种模型进

行边缘定位的比较分析(如图 7、图 8 所示); 然后用本文模型对较复杂的非理想阶跃边缘的  $256 \times 256$  pixels 大小的 Pepper 图像及其添加高斯噪声的图像进行边界定位, 实验结果见图 9。

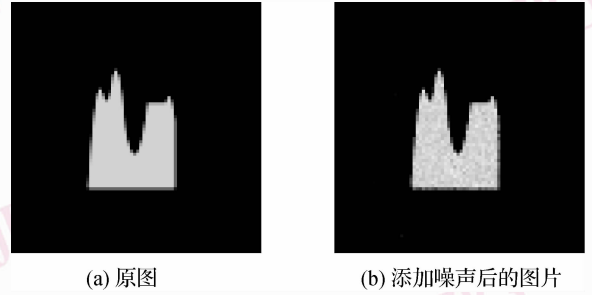


图 6 Hill 原图及添加噪声的图片

Fig. 6 The original Hill image and the noisy image

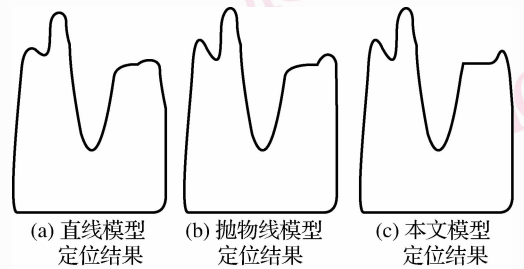


图 7 3 种模型对图 6(a) 进行定位的结果对比  
Fig. 7 Comparing location results for Fig. 6(a) using the three models

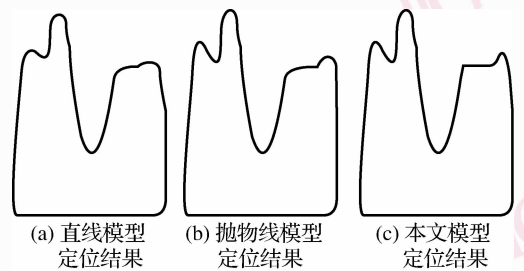


图 8 3 种模型对图 6(b) 进行定位的结果对比  
Fig. 8 Comparing location results for Fig. 6(b) using the three models

由于对整幅图像进行亚像素边缘定位得到的是系列离散的曲线段, 因此必须根据这些曲线段之间的连续性来评价定位效果。由图 7 可以看出, 对于接近理想的阶跃型边缘的图像来说, 当边缘与直线和二次对称曲线近似时, 本文模型的定位结果与抛物线模型相当, 而对于存在拐点的边缘和不对称边缘的区域, 其定位效果则明显优于抛物线模型和直线模型; 从对 Hill 图进行定位的连续性来看, 本文模型的定位连续性要更好, 而且其得到的边缘曲线



图9 本文模型对不同强度高斯噪声下的 Pepper 图像的定位结果对比

Fig. 9 Location results for Pepper image with different Gaussian noises using the proposed model

比较光滑,这说明本文模型不仅定位结果稳定,且精度比较高;从图8对噪声图像进行定位的结果可以看出,对于接近理想的阶跃型边缘的图像来说,3种模型对噪声都不太敏感,本文模型在较低噪声下仍可以较好地定位边缘。

从图9可以看出,对于非理想的阶跃型边缘的 Pepper 图像,在无噪声情况下,本文模型不仅能够清晰地提取出其亚像素边缘,而且边缘的连续也比较好(如图9(b)所示)。此外,对原图像添加了方差为0.002的高斯噪声后,仍能取得较好的定位效果(见图9(c)),然而,当噪声方差增大到0.05时,边缘定位效果就不太理想,且边缘连续性也有所下降(如图9(d)所示)。因此,对于较复杂非理想阶跃型边缘图像,该模型也比较适合无噪声或低噪声图像的边缘提取。

## 4 结论

针对直线模型和抛物线模型的不足,提出了一种基于三次 Bézier 曲线模型的用于亚像素边缘定位的方法,仿真实验结果表明,本文模型对类似三次曲线的边缘定位比直线和抛物线模型具有更高的精

度,比较适合提取低噪声图像的亚像素边缘。由于该模型是建立在理想的阶跃型边缘之上,因此,对于处理其他类型的边缘,该算法仍有待进一步改进。

## 参考文献 (References)

- 1 Tabatabai A J, Mitchell O R. Edge location to sub pixel values in digital imagery [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1984, **6**(2): 188-201.
- 2 Huertas A, Medioni G. Detection of intensity changes with sub-pixel accuracy using Laplacian-Gaussian masks[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, **8**(5): 651-664.
- 3 Hyde P D, Davis L S. Subpixel edge estimation [J]. Pattern Recognition, 1983, **16**(4): 413-420.
- 4 Sheng Zun-bing, Cui Xian-yu, Gao Guo-an. A universal algorithm for subpixel edge detection [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2007, **41**(6): 911-915. [盛遵冰,崔贤玉,高国安. 通用亚像素边缘检测算法[J]. 上海交通大学学报, 2007, **41**(6): 911-915.]
- 5 Zheng Jian, Cui Zhan-zhong, Cao Jun-le. An algorithm of sub-pixel edge location based on partial similarity[J]. Journal of Detection & Control, 2007, **29**(6): 49-53, 58. [郑坚,崔占忠,曹俊乐. 一种基于局部相似性的亚像素边缘定位算法[J]. 探测与控制学报, 2007, **29**(6): 49-53, 58.]
- 6 Lyvers E P, Mitchell O R. Precision edge contrast and orientation estimation[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988, **10**(6): 927-937.
- 7 Lyvers E P, Mitchell O R. Subpixel measurement using a moment-based edge operator[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis And Machine Intelligence, 1989, **11**(12): 1293-1309.
- 8 Xu D H, Shu H Z, Bao X D, et al. A parabola fitting edge operator by the moments [A]. In: Proceedings of the IEEE 25th Annual International Conference Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS) [C], Cancun, Mexico, 2003: 653-656.
- 9 Wang She-yang, Song Shen-min, Chen Xing-lin, et al. Improvement spatial moment subpixel edge detection method[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, **38**(6): 870-872, 876. [王社阳,宋申民,陈兴林等. 改进的空间矩亚像素边缘检测算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, **38**(6): 870-872, 876.]
- 10 Ghosal S, Mehrotra R. Orthogonal moment operators for sub-pixel edge detection [J]. Pattern Recognition, 1993, **26**(2): 295-306.
- 11 Qu Ying-dong, Cui Cheng-song, Chen Shan-ben, et al. A fast subpixel edge detection method using Sobel-Zernike moments operator [J]. Image and Vision Computing, 2005, **23**(1): 11-17.
- 12 Moré J J. The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory [A]. In: Proceedings of Dundee Conference on Numerical Analysis [C], Berlin: Springer Verlag, 1977: 105-116.
- 13 He Zhong-hai, Wang Bao-guang, Liao Yi-bai. Study of method for generating ideal edges[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, **10**(1): 89-93. [贺忠海,王宝光,廖怡白. 理想边缘产生方法的研究[J]. 光学精密工程, 2002, **10**(1): 89-93.]